

Método variacional y teoría de perturbaciones

Jorge Garza

1. Para el problema de la partícula confinada en una caja unidimensional de longitud L , considere como función de prueba

$$\phi(x) = kx(L - x)^\alpha, \quad (1)$$

siendo k una constante de normalización y $\alpha \geq 1$. Para esta función de prueba encuentre:

- (a) La constante de normalización k .
 - (b) La estimación a la energía del estado basal cuando $\alpha = 1$ y $\alpha = 2$. Compare estos valores con el valor exacto.
 - (c) $\langle x \rangle$ para $\alpha = 1$ y $\alpha = 2$.
2. Para el oscilador armónico use como función de prueba $\phi(x) = k \frac{\gamma}{x^2 + \gamma^2}$, siendo k la constante de normalización y $\gamma > 0$. A partir de esta información encuentre:
 - (a) La constante de normalización.
 - (b) El valor de γ que genera la menor energía y compararlo con la energía del estado basal de este sistema.
 - (c) Estimar $\langle x^2 \rangle$ con la función de prueba y compare su valor con el exacto.
 3. Aplique la teoría de perturbaciones a segundo orden para estimar la energía del estado basal del sistema

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}k \left(x - \frac{L}{2} \right)^2 \right) \psi(x) = E\psi(x), \quad (2)$$

utilizando como sistema de referencia a la partícula en una caja y sabiendo que $\psi(0) = \psi(L) = 0$.